

Možnosti objektivizace rozhodovacího procesu v prostředí APK pomocí entropické metody

Ludmila Důmeová, Milan Houška

Annotation

The multiple criteria decision making methods are used for facilitation and detachment of decision making. The methods itself are deterministic but the whole process contains some elements which could be influenced by decision maker. There are always subjective factors that are never completely eliminated. The weights assessment is one of such factors. The methods for weights assessment we have divided into two groups - subjective and objective methods.

The objective methods are rarely used. Their importance could be significant not only in the situation of lack of criteria preference information but they can also increase objectiveness of the whole decision making process. The entropy method is a typical representant of this kind of methods. Nevertheless we mention also some other methods with objective character.

Anotace

Metody vícekritériálního rozhodování slouží k usnadnění a objektivizaci rozhodovacích procesů. Přestože se jedná o deterministické postupy, obsahují některé prvky, které jsou ovlivnitelné uživatelem postupu, t.j. vyskytují se zde subjektivní faktory, které nelze nikdy zcela vyloučit. Jedním z těchto faktorů je i vliv uživatele na hodnoty vah kritérií, podle kterých se bude v dané konkrétní úloze rozhodovat. Proto jsme se na tento faktor zaměřili a rozdělili metody stanovení vah na subjektivní a objektivní.

Objektivní metody se zatím používají zřídka. Mohou však mít význam nejen při nedostatku informací o preferencích uživatele, ale i pro zvýšení objektivity celého rozhodovacího procesu. Typickým zástupcem této třídy metod je entropická metoda, ale v článku navrhneme i jiné postupy, které vykazují objektivní charakteristiky.

Keywords: Multiple Criteria Decision Making, Criteria Weights, Saaty's Matrix, Entropy, Probability, Variability

Klíčová slova: vícekritériální rozhodování, váhy kritérií, Saatyho matice, entropie, pravděpodobnost, variabilita.

1. Úvod

Většina rozhodovacích procesů, u kterých se kvůli jejich složitosti a/nebo závažnosti předpokládá využití určitých strukturovaných postupů, a to nejen v podnikové a státní, ale i osobní oblasti, má charakter vícekritériálního rozhodování. Obecný postup řešení úlohy vícekritériálního rozhodování se skládá z několika základních kroků: definice cílů analýzy, vymezení množiny přípustných řešení, stanovení rozhodovacích kritérií a vztahů mezi nimi, analýza variant, která může být doplněna různými analýzami citlivosti řešení vzhledem k možným změnám parametrů modelu a konečně interpretace celé analýzy, která by měla vést k přijetí rozhodnutí.

Cílem tohoto článku je posouzení metod pro stanovení vah kritérií v úlohách s diskrétní množinou přípustných řešení (vícekritériální analýzy variant). Je-li totiž stanoven cíl (například výběr právě jedné varianty) a je-li deterministicky stanovena kritériální matice (ohodnocení všech variant podle všech kritérií), výsledek analýzy závisí na použité metodě výběru a právě na vahách kritérií. Protože metoda výběru je částečně vázána na cíl analýzy a na typ vstupní informace, která je k dispozici v kritériální matici, zvyrazňuje se klíčová role vah kritérií, respektive metod jejich stanovení.

2. Přístupy ke stanovení vah kritérií

Rozdělíme nyní přístupy ke stanovení vah kritérií podle toho, jaký je cílový objekt celé analýzy. Pokud je cílem analýza množiny přípustných variant, váhy kritérií slouží pouze jako nástroj analýzy a budeme je proto určovat bez ohledu na hodnoty v kritériální matici. Pokud se takto stanovené váhy kritérií osvědčí, můžeme je v budoucnu použít znovu při řešení stejně formulované úlohy se stejnými kritérii, pouze s jinými variantami. Tyto metody jsou založené na expertním odhadu vah, jehož subjektivita je více či méně korigována postupem a kontrolním mechanismem konkrétní metody.

Příkladem mohou být kritéria stanovená pro výběr pracovníka na konkrétní pracovní místo. Provede se výběr, pracovník, který byl vybrán na základě výběrového řízení, odvedl dobrou práci, ale vyskytly se nepředvídatelné důvody, pro které musel místo opustit. Pokud se bude za něj hledat náhrada, může se použít již existující rastr výběrového řízení, který se pouze naplní přihláškami jiných uchazečů.

Může se ale stát, že vnímání úlohy bude přesně opačné, tudíž váhy kritérií nebudou chápány jako nástroj pro analýzu variant, ale na základě variant budeme odhadovat důležitost kritérií. Toto pojetí úlohy vychází z následujícího předpokladu: pokud bude ocenění všech variant podle některého kritéria úplně stejné, můžeme toto kritérium z rozhodovacího procesu vyloučit, respektive přiřadit mu nulovou váhu. Důležitost kritéria bude růst s růstem nevyrovnanosti kritériálních hodnot variant podle tohoto kritéria. Ke stanovení vah používáme metody založené na objektivním zpracování informace z kritériální matice; subjektivní náhled experta může být zcela vyloučen, případně použit ke korekci výsledku získaného pomocí objektivních metod.

Je zřejmé, že se váhy kritérií stanovené tímto postupem budou měnit s každou změnou v kritériální matici. Metody této třídy úloh uplatníme zejména v procesu vyhodnocování výsledků činností, akcí, dotazníků, apod.

Pomocí těchto metod můžeme například provést hrubé vyhodnocení výsledků práce v rámci skupiny pracovních míst se stejnou náplní práce. Variantami budou členové této skupiny (např. skupina dealerů), kteří budou hodnoceni na základě předem stanovených kritérií. Vedoucí skupiny potřebuje určit váhy kritérií na základě výše uvedeného předpokladu; tím zjistí, ve kterém kritériu členové skupiny vykazují největší rozdíly. Těmto kritériím by měl věnovat největší pozornost z hlediska individuálního hodnocení jednotlivých členů a analýzy příčin rozdílů. V praxi může být použit jako nástroj variabilní složka mzdy, která umožňuje ocenit odchylky v pracovním výkonu.

Naopak kritéria, ve kterých jednotliví členové skupiny dosahují zhruba stejných hodnot (nízká hodnota vah), může vedoucí analyzovat z hlediska celé skupiny. Mohou nastat pouze dva případy: kritériální hodnoty se pohybují nad nebo okolo požadované úrovně, potom není důvod k zásahu, nebo se kritériální hodnoty pohybují pod požadovanou úroveň, potom je třeba učinit regulační opatření, aby se zlepšila skupina jako celek.

3. Subjektivní metody stanovení vah

První dvě uvedené metody slouží pro rychlé orientační stanovení vah kritérií. Saatyho metoda, přestože je pracnější, nejlépe odráží potřebu stanovit poměr mezi všemi dvojicemi vah kritérií, který je pro většinu metod nejdůležitější informací, které váhy poskytují. Navíc obsahuje i kontrolní mechanismus – analýzu konzistence v Saatyho matici, která ověřuje, jestli uživatel má nebo nemá jasnou představu o důležitosti jednotlivých kritérií a je indikátorem potřeby nekonzistentní Saatyho matici překvantifikovat. Z uvedených metod proto Saatyho metodu silně upřednostňujeme.

3.1. Metoda pořadí

Nejdůležitější kritérium dostane k bodů (k = počet kritérií), druhé nejdůležitější $k-1$ bodů, každé další pak o jeden bod méně. Vzhledem k tomu, že součet vah kritérií se má rovnat jedné vypočteme váhy jednotlivých kritérií:

$$v_i = \frac{P_i}{\sum_{i=1}^k P_i} \quad /1/$$

3.2. Bodovací metoda

Nejprve je třeba stanovit stupnici pro hodnocení důležitosti kritérií např. 1-10. Významnost každého kritéria se pak hodnotí v rámci stanovené stupnice tj. nejdůležitější 10 bodů, nejméně důležité 1. Výpočet vah je podle /1/.

Modifikovaný postup bodové metody, který se autorům osvědčil, spočívá v tom, že se v prvním kroku přiřadí bodové ohodnocení prvního kritéria (např. 10 body) a dále hodnocená kritéria se vůči němu poměřují. Stupnice není tedy vlastně stanovena na začátku, vyplývá z dalšího přidělování bodů jednotlivým kritériím. Transformace bodových hodnot na váhy proběhne opět podle vztahu /1/.

3.3. Saatyho metoda

Je třeba porovnat každou dvojici kritérií a vyplnit tzv. Saatyho matici. Na hlavní diagonále jsou jedničky a další prvky značí:

$s_{ij} = 1$ kritéria jsou rovnocenná

$s_{ij} = 3$ slabá preference i-tého kritéria před j-tým

$s_{ij} = 5$ silná preference i-tého kritéria před j-tým
 $s_{ij} = 7$ velmi silná preference i-tého kritéria před j-tým
 $s_{ij} = 9$ absolutní preference i-tého kritéria před j-tým

Hodnoty 2, 4, 6 a 8 je také možno využít a představují mezistupně.

Z těchto hodnot sestavíme matici $S = (s_{ij})$. Matice bude čtvercová řádu $k \times k$ a reciproční, platí, že $s_{ij} = 1/s_{ji}$. Této matici se říká Saatyho matice a vyjadřuje vlastně odhad podílů vah i-tého a j-tého kritéria.

Prvky této matice nejsou většinou přesně konzistentní, tzn. neplatí, že $s_{hj} = s_{hi} \times s_{ij}$ pro všechna $h, i, j = 1, 2, \dots, k$. Kdybychom sestavili matici $V = (v_{ij})$, jejíž prvky by byly skutečné podíly vah ($v_{ij} = v_i / v_j$), pro prvky této matice by výše uvedená podmínka platila. Míra konzistence se měří například indexem konzistence, který Saaty definoval jako

$$C.I. = \frac{l_{\max} - k}{k - 1}, \quad /2/$$

kde $l_{\max}$ je největší vlastní číslo Saatyho matice a k je počet kritérií. Saatyho matice je dostatečně konzistentní, jestliže je $C.I. < 0,1$.

Váhy kritérií je pak možno určit jako

$$v_i = \frac{\left[\prod_{j=1}^k s_{ij} \right]^{\frac{1}{k}}}{\sum_{i=1}^k \left[\prod_{j=1}^k s_{ij} \right]^{\frac{1}{k}}}, \quad i = 1, 2, \dots, k \quad /3/$$

Saatyho metoda i další metody jsou podrobně popsány např. v Fiala a kol. (2) nebo v Šubrt a kol. (3).

4. Objektivní metody stanovení vah

Filozofie práce objektivních metod je založena na analýze kritériální matice a extrakce informace, kterou obsahuje. Uvedeme dvě metody: entropickou metodu, která je založena na poznacích z oblasti teorie informace a metodu normalizovaného variačního koeficientu, která vychází z této statistické charakteristiky variability.

4.1. Entropická metoda

Podle Ching-Lai Hwang a Kwangsun Yoon (1):

Entropie je důležitý pojem ve společenských i přírodních vědách. Navíc má význam v teorii informace, kde je mírou očekávaného informačního obsahu zprávy. Entropie v teorii informace je kritériem pro množství neurčitosti představované diskretním rozdělením pravděpodobnosti p_i . Tato míra neurčitosti je vyjádřena:

$$S(p_1, p_2, \dots, p_n) = -k \sum_{j=1}^n p_j \ln p_j \quad /4/$$

kde k je kladná konstanta. Protože toto je výraz pro entropii ve statistickém pojetí, nazývá se entropie rozdělení pravděpodobnosti p_i , a termíny entropie a pravděpodobnost se považují za synonyma. Pokud se všechna p_i rovnají, pak pro dané i , $p_i = 1/n$ dosahuje $S(p_1, p_2, \dots, p_n)$ maximální hodnoty.

Rozhodovací matice $A = (a_{ij})$ pro množinu alternativ obsahuje určité množství informace a entropie se může použít jako nástroj pro ohodnocení kritérií. Například kritérium není příliš funkční, když hodnoty všech alternativ podle tohoto kritéria jsou podobné. Pokud jsou všechny tyto hodnoty stejné, může kritérium zcela vynechat.

Protože pravděpodobnost výstupů p_{ij} obsahuje určitou informační hodnotu, informační hodnota pravděpodobností výstupů j-tého kritéria se dá měřit hodnotou entropie. Významnost p_{ij} je však určena rozdíly výstupů všech alternativ, takže p_{ij} může převzít průměrnou vnitřní hodnotu vytvořenou hodnotami všech alternativ podle j-tého kritéria. Výstupy kritéria j pak jsou:

$$p_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sum_{i=1}^m a_{ij}}, \forall i, j \quad /5/$$

Entropie E_j množiny očekávaných výstupů j -tého kritéria :

$$E_j = -k \sum_{j=1}^n p_j \ln p_j, \forall j, \text{ kde } k = \frac{1}{\ln m} \quad /6/$$

Konstanta k zajišťuje, aby $0 \leq E_j \leq 1$.

Stupeň diversifikace d_j informace poskytované výstupy j -tého kritéria může být definována:

$$d_j = 1 - E_j, \forall j \quad /7/$$

Pokud uživatel nemá důvod preferovat některé kritérium, potom se obvykle předpokládá, že všechna kritéria mají stejnou váhu. Vektor vah potom dostaneme normalizací vektoru d podle vztahu /8/:

$$v_j = \frac{d_j}{\sum_{j=1}^n d_j}, \forall j \quad /8/$$

4.2. Statistické charakteristiky variability

Podobně jako entropii z oblasti teorie informace lze jako míru nevyrovnanosti hodnot použít charakteristiky variability z oblasti statistiky. V úvahu připadají rozptyl, směrodatná odchylka a variační koeficient. Vzhledem k tomu, že požadujeme, aby výsledný vektor vah byl nezávislý na měřítku zvoleném pro kvantifikaci kritériálních hodnot (fakt, že vyčíslují například náklady v tisících Kč nebo v milionech Kč nesmí mít žádný vliv na výsledek výpočtu), vyloučíme z úvah absolutní charakteristiky variability (rozptyl a směrodatnou odchylku) a zaměříme se na variační koeficient.

Máme-li kritériální matici $A = (a_{ij})$, vypočteme variační koeficient V pro její j -tý sloupec jako

$$V_j = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (a_{ij} - \bar{a}_j)^2}{m-1}}}{\bar{a}_j}. \quad /9/$$

Normalizací vypočtených variačních koeficientů lze získat hodnoty vah jednotlivých kritérií.

5. Kombinace subjektivních a objektivních postupů

Otázkou nyní je, o čem by vypovídal vektor vah stanovený kombinací odhadu preference uživatele a informace získané pomocí některé z objektivních metod z kritériální matice. K dispozici je uživatelův odhad vyjádřený formou váhového vektoru $v_1 = (v_{11}, v_{12}, \dots, v_{1k})$ a informace z kritériální matice ve formě váhového vektoru $v_2 = (v_{21}, v_{22}, \dots, v_{2k})$, kde k je v obou případech počet kritérií. Ching-Lai Hwang a Kwangsun Yoon (1) uvádějí následující vztah pro odvození konečného váhového vektoru $v = (v_1, v_2, \dots, v_k)$:

$$v_j = \frac{v_{1j} v_{2j}}{\sum_{j=1}^n v_{1j} v_{2j}}, \forall j \quad /10/$$

Uvedený vztah se dá interpretovat tím způsobem, že uživatel stanoví odhad váhového vektoru a koriguje ho tak, že zvýrazní (zvětší) důležitost kritérií, která vykazují relativně nevyrovnané hodnoty a zmenší důležitost kritérií, která obsahují relativně vyrovnané hodnoty.

Takto navržený vztah vykazuje jeden drobný nedostatek: není možné ovlivnit míru korekce odhadu kritérií nevyrovnaností kritériálních hodnot. Proto navrhujeme vypočítávat konečný vektor vah $v = (v_1, v_2, \dots, v_k)$ jako lineární konvexní kombinaci odhadu vah a nevyrovnanosti hodnot stanovením koeficientu opravy $c \in (0, 1)$:

$$v_j = \frac{(1-c)v_{1j} + c v_{2j}}{\sum_{j=1}^n ((1-c)v_{1j} + c v_{2j})}, \forall j. \quad /11/$$

Čím více se c blíží nule, tím méně je původní odhad uživatele korigován nevyrovnaností kritériálních hodnot, naopak čím více se c blíží k jedné, tím více se snižuje důležitost vah odhadnutých uživatelem.

6. Závěr

Při volbě metody stanovení vah v úlohách vícekritériální analýzy variant je třeba vnímat rozdělení metod na subjektivní a objektivní. Předností, ale zároveň rizikem subjektivních metod je fakt, že jsou stanoveny odhadem uživatele, byť pomocí určitého strukturovaného postupu; uživatel má vždycky to, co chce. Vzhledem k tomu, že jako kompromisní může být označena kterákoliv nedominovaná varianta, mohou nastat v některých případech pochybnosti o čistotě úmyslů uživatele.

Pokud není k dispozici žádná informace o preferencích uživatele, neznamená to automaticky nutnost přidělit všem kritériím stejnou váhu. Je možno využít objektivní metody využívající ke stanovení vah kritérií přímo kritériální matici.

Naopak pokud uživatel poskytne svůj odhad vah kritérií, nemusí to automaticky znamenat, že takto stanovené váhy budou okamžitě použity. Odhad může být korigován opět pomocí objektivních metod, přičemž je možno využít pouhého zvýraznění případně potlačení odhadnuté důležitosti kritéria, případně použít odhad jako základ, který bude objektivní metodou korigován ve směru určeným pomocí objektivní metody a stanovenou mírou korekce odhadu.

Článek přinesl některé nové pohledy na problematiku stanovení vah kritérií a přispěl tak k rozšíření používaného aparátu pro řešení těchto úloh. Každá úloha vykazuje svá specifika, kvůli kterým nemůžeme na tomto místě označit některou metodu jako obecně nejvhodnější nebo nejméně vhodnou; právě tím, že má uživatel k dispozici širokou paletu nástrojů, které může využít při řešení těchto problémů, se zvyšuje jeho šance, že si vybere takový postup, který bude nejlépe odpovídat požadavkům každé konkrétní úlohy.

7. Literatura

- [1] Ching-Lai Hwang, Kwangsun Yoon: Multiple Attribute Decision Making, Springer Verlag Berlin Heidelberg New York 1981
- [2] Fiala P., Jablonský J., Maňas M.: Vícekritériální rozhodování, VŠE Praha 1997
- [3] Šubrt T. a kol.: Ekonomicko matematické metody II, Aplikace a cvičení, ČZU Praha 2000